ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ КОЛЕС

FUNDAMENTALS OF THE RAIL WAY WHEEL ACCURACY METHOD

А.А. Богатов, А.В. Кушнарев
Россия, ФГАОУ ВПО «УрФУ имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», omd@mtf.ustu.ru
Россия, ОАО «Нижнетагильский металлургический комбинат»,
director@ntmk.ru

Abstract

In this work are presented FEM- modeling development of stamping process and of the rail way wheel accuracy method.

ВВЕДЕНИЕ

Точность размеров железнодорожных колес регламентируется стандартами, например [1], и для различных элементов обода, диска и ступицы в зависимости от класса точности характеризуется значениями от 0,1 мм до 14 мм. Уменьшения поля допуска размеров колеса достигают благодаря высоким требованиям к настройке оборудования, калибровке и точности изготовления инструмента деформации, соблюдению оптимальных режимов всех технологических операций, начиная с раскроя непрерывнолитой заготовки, нагрева, штамповки, прокатки, калибровки и кончая полнопрофильной механической обработкой. Отклонение размеров колеса из поля допуска является одной из причин брака. Увеличение массы заготовки приводит к увеличению припуска на механическую обработку и гарантирует удовлетворение требований стандарта к точности колеса. Однако, при этом усложняется технология механической обработки и надежность работы оборудования из-за роста силовых параметров резания. Теоретически, если по всей технологической цепочке отсутствует нарушение осевой симметрии заготовки, штампованной поковки, катаной заготовки и чернового колеса, то для железнодорожного колеса диаметром 957 мм и массой 391 кг потребуется литая заготовка массой 456 кг. Практически же с целью уменьшения брака по неоформлению элементов колеса массу заготовки приходится увеличивать до (486^{+3}_{-1}) кг. Основной причиной низкой точности колеса является неравномерное распределение массы относительно его оси. В результате возникают отклонения по диаметру, толщине и ширине обода, по ширине и высоте гребня, по овальности обода, по размерам ступицы и ее эксцентриситета относительно обода, а также по неравномерности толщины диска у обода и у ступицы по периметру колеса. Теоретические методы математического моделирования и анализ причин несоответствия точности размеров колеса требованиям стандартов отсутствуют. В связи с этим разработка теоретических основ оценки точности штампованных поковок и катаных заготовок железнодорожных колес является актуальной научной проблемой и требует развития механики обработки металлов давлением, повышения точности расчета формоизменения заготовки с учетом неравномерного по периметру распределения массы металла, а также определения количественных характеристик этого распределения.

1. О ВАРИАЦИОННОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛОВ ДАВЛЕНИЕМ

В развитие вариационных методов решения задач обработки металлов давлением существенный вклад внес чл.-корр. РАН В.Л. Колмогоров. Им разработан вариационный принцип возможных изменений напряженного и деформированного состояний [2,3]. Для указанного принципа он сконструировал функционал и получил вариационное уравнение

$$\delta J = \int_V \left[\overset{\bullet}{\sigma}_{ij} \delta \xi^0_{ij} + \xi^0_{ij} \delta \overset{\bullet}{\sigma}_{ij} + \rho(w_i - g_i) \delta v^0_i \right] dV - \int_{S_V} \delta \overset{\bullet}{f}_i v^*_i dS - \int_{S_f} f^*_i \delta v_i \, dS -$$
$$- \int_{S_s} (\delta \overset{\bullet}{f}_n v^*_n + f^*_\tau \delta v^0_\tau) dS = 0, \qquad (1)$$

где S_f - часть поверхности очага деформации объемом V, на которой известны поверхностные напряжения $\sigma_{ij} n_j = f^*_i$, S_V и S_S - части контактной поверхности инструмента и деформируемого тела, на которых соответственно заданы скорости $v_i = v_i^*$, а на S_S нормальная составляющая вектора скорости $v_n = v_n^*$ и закон трения, который имеет вид

$$f_{\tau i} = f_\tau^*(v_s, f_n) v_{si}^0 / v_s,\ v_{si} = v_s^0(f_\tau, f_n) f_{\tau i}^\bullet / f_\tau .$$

Функционал J принципа виртуальных скоростей и напряжений обладает стационарным состоянием δJ =0, а в стационарной «точке» соответствует действительному напряженно-деформированному состоянию, удовлетворяющему условиям виртуальности полей скоростей и напряжений, физическим уравнениям связи и условию трения на поверхности скольжения S_S, а значение функционала имеет минимальное значение равное 0. Указанные результаты исследования вариационного принципа доказаны В.Л. Колмогоровым для общего случая движения сплошной сжимаемой и упрочняющейся среды с изотропными свойствами [2].

Практическое решение вариационной задачи связано с применением прямых методов, например, метода Ритца. Искомые функции полей скоростей и напряжений представляют в виде рядов через известные координатные функции $f_m(x_i)$ и не зависящие от координат неизвестные варьируемые параметры a_m:

$$f(x_i) = \sum_m a_m \cdot f_m(x_i). \qquad (2)$$

Они должны удовлетворять условиям виртуальности: геометрическим уравнениям движения сплошной среды $\xi_{ij} = 1/2(v_{i,j} + v_{j,i})$; уравнению несжимаемости $v_{i,i} = 0$; динамическим уравнениям движения $\sigma_{ij,j} = 0$; а также граничным и начальным условиям краевой задачи.

В дальнейшем, используя выражения (2) и известные формулы для инвариантных характеристик тензоров напряжений и скоростей деформации, входящих в подинтегральное выражения функционала, после интегрирования сводят решение вариационной задачи к решению системы линейных алгебраических уравнений, определенной из условия минимума функционала: $\dfrac{\partial J}{\partial a_m}$ =0. Найденные из решения системы варьируемые параметры a_m подставляют в выражение (2) и получают искомое решение по скорости течения металла v_i и напряжениям σ_{ij}, как функций координат точек в очаге деформации. Полученное решение соответствует некоторому моменту $\tau = t$ процесса пластического формоизменения. Полученное решение задачи и найденные поля скоростей, приращения перемещений и напряжений соответствуют приближенному удовлетворению физических уравнений связи или определяющих соотношений $\sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij} = \dfrac{2T}{H}\xi_{ij}$, а также уравнений, характеризующих взаимодействие деформируемого тела и инструмента на поверхности скольжения, которые в общем случае являются нелинейными. Изменение формы деформируемого тела за некоторый малый промежуток времени $\Delta\tau$ определяют из решения дифференциальных уравнений $v_i = \dfrac{dx_i}{d\tau}$, используя начальное условие при τ =0, $x_i = x_{i0}$. Сложным этапом решения задачи является определение виртуальных полей скоростей и напряжений (2).

Рассмотренную вариационную задачу удобнее решать в конечно-элементной постановке, которая предусматривает дискретизацию очага деформации на конечное число элементов малых размеров, чтобы с достаточной точностью определить распределение искомых функций внутри элемента, если значения их известны в узлах элемента f_α:

$$f(x_i) = \sum_\alpha q_\alpha(x_i) \cdot f_\alpha, \qquad (3)$$

где $q_\alpha(x_i)$ - полиномиальная функция формы элемента, определенная в локальной лагранжевой системе координат, f_α - значения искомых функций в узлах элемента, выполняющих роль варьируемых параметров. Основными преимуществами конечно-элементного моделирования очага деформации является существенное упрощение постановки вариационной задачи за счет применения уравнений (3) вместо уравнений (2), а также повышение точности решения, т.к. отсутствует проблема удачного выбора координатных функций в уравнениях (2). Другим важным достоинством метода конечных элементов является удачный выбор функции формы элемента $q_\alpha(x_{i\beta}) = \delta_{\alpha\beta}$, обеспечивающей непрерывность искомых функций на границах конечных элементов. Здесь $x_{i\beta}$ - координаты узла элемента с индексом β, а $\delta_{\alpha\beta}$ - символ

Кронекера, если $\alpha = \beta$, то $\delta_{\alpha\beta}$ =1, если $\alpha \neq \beta$, то $\delta_{\alpha\beta}$ =0. Недостатками метода конечных элементов является приближенное удовлетворение уравнения несжимаемости $v_{i,i} = 0$, уравнений равновесия $\sigma_{ij,j} = 0$, а также условия пластичности $T = \tau_S$. Смягчение указанных недостатков находят в использовании в подинтегральном выражении функционала множителей Лагранжа, или штрафных функций, либо дополнения к вариационной задаче метода невязок [2].

Принимая во внимание трудности решения вариационного уравнения (1) на классе виртуальных скоростей и напряжений, определенных уравнениями (2), а также отсутствие такой возможности в случае конечно-элементной постановки задачи предлагаем рассмотреть функционал, в подинтегральное выражение которого входят уравнения равновесия $\sigma_{ij,j} = 0$:

$$J = \int_v \left[\sigma_{ij,j} v_i\right] dv. \tag{4}$$

Такое предложение оправдано тем, что при решении краевой задачи обработки металлов давлением модель деформируемого тела, содержащая константы материала, характеризующие процессы упрочнения и разупрочнения при деформации и в паузах известна и задается пользователем, также как и граничные условия на поверхности деформируемого тела, включая поверхность инструмента, на которой задается закон трения. Для вариационного принципа виртуальных скоростей получим уравнение

$$\delta J = \int_v \sigma_{ij,j} \delta v_i dv = 0, \tag{5}$$

где δv_i - произвольная в объеме очага деформации вариация скорости v_i.

Преобразуем (5) и получим $\int_v \sigma_{ij} \delta v_{i,j} dv - \int_v (\sigma_{ij} \delta v_i)_{,j} dv = 0$.

Ко второму интегралу применим формулу Остроградского-Гаусса, используем условие симметрии матрицы тензоров напряжений $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ и скорости деформации $\xi_{ij} = \xi_{ji}$, а также кинематические уравнения $\xi_{ij} = \frac{1}{2}(\upsilon_{i,j} + \upsilon_{j,i})$. Поскольку на S_v : $\upsilon_i = \upsilon_i^*$ и на S_s : $\upsilon_n = \upsilon_n^*$, то вариации соответственно равны $\delta\upsilon_i = 0$ и $\delta\upsilon_n = 0$. В результате получим

$$\delta J = \int_v \sigma_{ij} \delta\xi_{ij} dv - \int_{S_f} f_i^* \delta v_i ds - \int_{S_S} (\bar{\tau}^* \cdot \overline{\delta v}_s\, ds = 0, \tag{6}$$

где $f_i^* = \sigma_{ij} n_j$.

Заметим, что полученное вариационное уравнение соответствует принципу скорости виртуальной работы [2,4]. Для идеально пластической среды физические уравнения известны и задаются при формулировании задачи $\sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij} = 2\frac{\tau_s}{H}\xi_{ij}$. После подставки их в (6), используя закон трения в виде $\tau = \psi\tau_S$, получим уравнение

$$\delta J = \int_V \left(\tau_s \delta H + \sigma\delta\,\xi_{ii}\right) dV - \int_{S_f} f_i^* \delta\upsilon_i\, ds - \int_{S_S} \overline{\psi\tau_s}\,\overline{\delta\upsilon}_s\, ds = 0, \tag{7}$$

которое соответствует функционалу Маркова [2].

2. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛОВ ДАВЛЕНИЕМ В КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ ПОСТАНОВКЕ

На первом этапе с помощью геометрического пакета программ, например Solid Works или Autocad, создается твердотельная модель очага деформации: штамп, или валок; заготовка; вталкиватель и т.п. Затем созданную твердотельную модель импортируют в программный комплекс и сохраняют в определенном формате, например, stl. Заметим, что создание твердотельной модели возможно в применяемом программном комплексе). При постановке задачи в программном комплексе выбирают папку для решения определенного процесса: ковка, штамповка, прокатка, экструзия, волочение и т.п. С помощью программы генератора конечных элементов создают 2D или 3D сетку, размер которой можно локально регулировать, основываясь на априорном знании о неравномерности деформации. Следующим этапом являются задание граничных и начальных условий. В каждом узле элемента задаются стартовые, или начальные значения искомых функций скорости v_i, среднего нормального напряжения σ, которые в вариационной задаче являются варьируемыми параметрами. Эффективным приемом перед решением задачи может быть ее упрощение, применяя гипотезу плоских сечений, или плоской деформации, или плоского напряженного состояния, приближенное уравнение идеальной пластичности. В результате может быть найдено приближенное распределение напряжений и скоростей в очаге деформации. В этом случае из решения задачи в упрощенной постановке, зная начальные координаты узлов сетки, можно найти стартовые значения искомых функций в узлах элементов в момент τ = 0. При этом следует удовлетворить граничные условия на поверхности S_f : $\sigma_{ij} n_j = f_i^*$, на S_v : $\upsilon_i = \upsilon_i^*$, на S_s : $\upsilon_n = \upsilon_n^*$, $\tau = \psi \tau_s$. Используя эти значения с помощью функций (3) находится их распределение в локальной (лагранжевой) системе координат для каждого конечного элемента , а затем по известным формулам вычисляются компоненты тензора скорости деформации $\xi_{ij} = \frac{1}{2}(\upsilon_{ij} + \upsilon_{ji})$, интенсивность скорости деформации сдвига $H=(2 \xi_{ij} \xi_{ij})^{1/2}$, приращение степени деформации сдвига $\Delta\Lambda = H\Delta\tau$, а также компоненты девиатора напряжений $S_{ij} = 2\frac{\tau_s}{H} \xi_{ij}$ и значение интенсивности касательных напряжений $T=(1/2\ S_{ij} S_{ji})^{1/2}$. Опуская проблемы интегрирования, возникающие в процессе решения задачи, отметим, что все указанные величины могут быть вычислены в глобальной (эйлеровой) системе координат x_i . Будем полагать, что за некоторый маленький интервал времени $\Delta\tau$, шаг решения задачи, изменением размеров очага деформации можно пренебречь, свойства деформируемого тела соответствуют уравнению пластичности $T = \tau_s$, а τ_s за время $\Delta\tau$ не изменяется. Тогда решение вариационного уравнения (7) соответствует определению искомых функций из условия минимума функционала. В конечно-элементной постановке задача сводится к решению системы линейных уравнений:

$$\frac{\partial J}{\partial \sigma_\alpha} = 0;\ \frac{\partial J}{\partial v_{i\alpha}} = 0,$$

где α – номер узла сетки.

Варьирование значений искомых функций в узлах элементов осуществляется по специальной программе минимизации функционала. Вычислительная процедура заканчивается, если невязки уравнений равновесия и несжимаемости в объеме деформируемого тела остаются без изменения, либо достигают некоторого малого значения. Можно предположить, что определение значения искомых величин в начальный момент времени τ=0 из решения задачи упрощенным методом, помогут повысить точность и существенно уменьшить время (число итераций) решения краевой задачи. Таким образом заканчивается решение на первом шаге, определяются приращения перемещений каждого узла конечного элемента $\Delta u_{i\alpha} = v_{i\alpha}\Delta\tau$, значения искомых величин v_i и σ, а для каждого элемента инвариантные характеристики деформированного состояния Н, $\Delta\Lambda$, а также приращение упрочнения материала $\Delta\sigma_{so}$, которые вместе с компонентами тензора напряжений сохраняются в базе данных. На втором шаге новые координаты узлов $x_{i\alpha}$, скорости $v_{i\alpha}$ и среднее нормальное напряжение σ_α, найденные на первом шаге, используются в качестве начальных условий.

Для некоторых процессов обработки металлов давлением накопленная степень деформации сдвига может иметь значение более трех, а на поверхности инструмента большое значение может имеет скорость скольжения металла относительно инструмента. Это приводит в методе конечных элементов к вычислительным проблемам: трудности удовлетворения граничных условий на поверхности деформируемого тела, в частности на инструменте; сильное искажение сетки конечных элементов из-за большой местной деформации приводит к тому, что якобиан преобразования локальной (лагранжевой) системы координат в глобальную (эйлеровую) может принимать отрицательное значение; из-за большой неравномерности деформаций возникает потребность пересмотра принятой в начале системы конечно-элементной сетки. Поэтому в процессе решения задачи сетку приходится неоднократно перестраивать. Перестройка состоит из двух процедур. Одна состоит из задания новой системы сетки для заготовки, вторая – связана с переносом информации из старой сетки в новую сетку. Значения скорости течения v_i, среднего нормального напряжения σ, и температуры θ определены в узлах старой сетки в результате решения вариационной задачи, а распределение их значений в объеме определяется с помощью функции формы элементов всей заготовки. Интерполяция из старой сетки в новую сетку выполняется путем вычисления указанных характеристик в местоположениях новых узлов. Сложнее обстоит с накопленной степенью деформаций сдвига, т.к. ее значения определены для конечных элементов старой сетки. Вычисление Λ для конечных элементов новой сетки требует прежде всего расчета степени деформации сдвига в узлах старой сетки, используя формулу для средневзвешенного значения с учетом объема каждого из конечных элементов, окружающих узел. Степень деформации сдвига в узлах новой сетки находят, используя интерполяционную зависимость от координат. После чего выполняют расчет Λ для конечных элементов новой сетки. В результате перестройки сетки конечных элементов определяются координаты узлов x_{i0}, соответствующие моменту времени $\tau = t_0$. За время $\Delta\tau$ (продолжительность шага решения задачи) координаты узлов сетки изменятся:

$$x_i(t_0 + \Delta\tau) = x_{i0} + v_i\Delta\tau \qquad (8)$$

Зная новые координаты узлов элементов, можно для каждого из них вычислить объем элемента по обобщенной формуле Герона:

$$V_K(t_0+\Delta\tau)=\frac{1}{n!}\det d_{ij}, \qquad (9)$$

где (n+1) – число вершин (узлов) элемента, d_{ij} - расстояние между i-м и j-м узлом элемента, κ – номер конечного элемента. Легко рассчитать для каждого конечного элемента относительное изменение объема, характеризующее локальное неудовлетворение уравнения несжимаемости.

$$\frac{\Delta V_K}{V_{K0}}=\frac{V_K(t_0+\Delta\tau)-V_K(t_0)}{V_K(t_0)}, \qquad (10)$$

а также невязку условия несжимаемости для очага деформации в целом $\sum_K \frac{\Delta v_K}{V_{K0}}$.

Для разработки критерия точности штампованной поковки, катаной заготовки и чернового колеса важно вычислять координаты центра массы каждого элемента, если известны координаты его узлов $x_{i\alpha}$:

$$x_{ic}=\frac{1}{n+1}\sum_{0}^{n+1}x_{i\alpha}. \qquad (11)$$

3. РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ИССЛЕДОВАНИЯ И КРИТЕРИЯ ТОЧНОСТИ ШТАМПОВАННОЙ ПОКОВКИ

Для штампованной поковки, катаной заготовки и чернового колеса целесообразно использовать цилиндрическую систему координат $r\,\varphi\,z$. Для процесса черновой или чистовой штамповки ось z удобно совместить с осью верхнего штампа. Масса штампованной поковки в плоскости $z=z_*$ будет неравномерно распределена, если оси нижнего и верхнего штампов не совпадают на величину эксцентриситета δ_1, заготовка при укладке и центровке ее на нижнем штампе имеет неточность установки δ_2 и отличается по форме от идеального цилиндра. Неточность настройки технологического процесса штамповки δ_1 и δ_2 могут быть учтены при постановке задачи на этапе твердотельного моделирования очага деформации, а отклонение формы заготовки от идеального цилиндра на этапе формирования сетки конечных элементов и определения координат ее узлов x_{i0} в начальный момент τ =0. В процессе штамповки на формоизменение поковки оказывает влияние трения и условия теплообмена на контактной поверхности, неравномерность температурного поля и сопротивления деформации в объеме поковки. Влияние этих факторов на точность штампованной поковки определяется выбором модели деформируемой среды, законом трения на поверхности скольжения S_S и граничными условиями тепловой задачи. В результате решения краевой задачи в конечно-элементной постановке форма штампованной поковки в конечный момент времени $\tau=t_K$ может быть поставлена в зависимость от формы исходной заготовки, неточностей настройки технологического процесса δ_1 и δ_2, факторов трения и теплообмена на контактной поверхности заготовки и инструмента, а также закономерностей упрочнения и разупрочнения металла в объеме заготовки. Для количественной оценки точности штампованной поковки на любой стадии процесса предлагается использовать разницу моментов инерции конечных элементов с одинаковым номером, но различными значениями радиуса ρ_c' и ρ_c'' центра массы элементов, расположенных на разных концах диаметра относительно точки О, лежащей на оси z выбранной системы координат. Объемы сходственных элементов, расположенных на разных концах диаметра V' и V''. Отметим, что угол сектора $\Delta\varphi$ и высоту конечных элементов Δz в объемном сечении перпендикулярном оси z, целесообразно при перестройке сетки конечных элементов иметь одинаковыми. Пусть число сходственных элементов по радиусу на разных концах диаметра равно n , число секторов конечных элементов в пределах угловых координат от 0 до π равно m_c, а число слоев элементов по высоте поковки – κ. Тогда для сектора элементов с углом $\Delta\varphi$ разница моментов инерции, если плотность в объеме поковки постоянна, равна

$$\Delta M=\sum_n(V'\rho_c'-V''\rho_c''). \qquad (12)$$

Изменение ΔM может быть поставлено в зависимости от угловой φ и высотной z координат. Тогда разница моментов инерции ΔM, характеризующая точность поковки определяется функцией $\Delta M(\varphi,z)$ и используется для анализа точности поковки как в аналитическом, так и в графическом представлениях. В то же время ΔM можно представить как случайную величину для некоторого слоя конечных элементов с объемом выборки m, либо для всего объема поковки с объемом выборки $(m\cdot\kappa)$. В этом случае критериями точности поковки будут оценки математического ожидания $\overline{\Delta M}=\frac{1}{m}\sum_m \Delta M_i$, или $\overline{\Delta M}=\frac{1}{\kappa}\cdot\frac{1}{m}\sum_\kappa\sum_m \Delta M_{ij}$, и оценки эмпирической дисперсии $S^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{m}(\Delta M_i - \overline{\Delta M})^2$, или

$S^2 = \frac{1}{\kappa - 1}\cdot\frac{1}{m-1}\sum_{\kappa}\sum_{m}(\Delta M_{ij} - \overline{\Delta M})^2$.

Количественные характеристики точности поковки в дальнейшем используются для оценки влияния технологических факторов, связанных с формой заготовки, неточностью настройки технологического процесса δ_1 и δ_2, качеством нагрева и технологической смазки заготовки, а также реологических характеристик, определяемых выбором модели деформируемого тела.

Список литературы

1. ГОСТ 10791-2011. Колеса цельнокатаные. Технические условия.
2. Колмогоров В.Л. Механика обработки металлов давлением/ Учебник для вузов, 2-е изд., перераб. и доп. Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2001. - 835 с.
3. Колмогоров В.Л. Инженерный журнал. Механика твердого деформируемого тела. 1967, №2, с.143-148.
4. Теория обработки металлов давлением/ И.Я. Тарновский, А.А. Поздеев, О.А. Ганаго и др. М.: Металлургиздат, 1963. -672 с.